Focus 7 : Réacteurs à fusion nucléaire

I. Réacteurs à fusion nucléaire

1. Produire de l'énergie

Densité de probabilité de l'occupation de l'état d'énergie $E \propto e^{-\frac{E}{k_B T}}$
Energie moyenne d'une particule du système $\langle E \rangle = k_B T$

2. Energie nucléaire

Masse du noyau et énergie de liaison : $M(A,Z)c^2 + E_l = Zm_p c^2 + Nm_n c^2$
Unité de masse atomique $1(u) = 1{,}66.10^{-27}kg = 931{,}5MeV.c^{-2}$
Remarque : $m_n \gtrsim m_p \simeq 2000m_e$
Excès de masse : $\Delta = M(A,Z) - A \times 931{,}5$ en $MeV.c^{-2}$
Taille du noyau : $r = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ avec $r_0 = 1{,}2fm = 1{,}2.10^{-15}m$
Bilan énergétique : $Q = \sum M_{init}c^2 - \sum M_{final}c^2$

3. Réaction de fusion

Réaction $d - t$: $d + t \rightarrow {}^4He(3{,}5MeV) + n(14{,}1MeV)$ (conservation de la quantité de mouvement)
Nombre de réactions : $n_d n_t \langle \sigma v \rangle = n_d n_t \times 1{,}1.10^{-24}T^2$ (T en KeV)
Interaction électromagnétique : $E_{colomb} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{d}$

BE 1 :
Puissance générée par unité de volume : $p_{fus} = E_{fus} \times \frac{dN}{dt}$ avec $E_{fus} = 17{,}6MeV$ et $\frac{dN}{dt} = n_t n_d \langle \sigma v \rangle$
Condition d'équilibre : $P_{coupl} + P_{inj} = P_{perte} \Rightarrow fP_{fus} + P_{inj} = \frac{W_{th}}{\tau_E}$
On introduit $Q = \frac{P_{fus}}{P_{inj}}$ donc $\left(f + \frac{1}{Q}\right)P_{fus} = \frac{W_{th}}{\tau_E}$
$W_{th} = \frac{3}{2}k[n_e T_e + (n_d + n_t)T_i]V = 3nk_B TV$ ce qui donne $n\tau_e = \frac{12}{E_{fus}} \times \frac{k_B T}{\langle \sigma v \rangle} \times \frac{1}{f + \frac{1}{Q}}$
On introduit les rapports : $M = \frac{P_n + P_{fiss}}{P_n}$ et $\psi = \frac{P_{fiss}}{P_{fus}}$

II. Les plasmas électromagnétiques

1. Equation d'état et thermodynamique

À l'équilibre chaque niveau sera peuplé avec une probabilité $p_n = \frac{e^{-\frac{E_n}{k_B T}}}{F}$ avec $F = \sum_n p_n$.
Degré d'ionisation $\alpha = \frac{n_e}{n_H}$ croît avec T ($\alpha \approx 1 \Rightarrow$ matière complètement ionisée (mais neutre)).
Pour un plasma $E_{kin} = \frac{3}{2}k_B T = 30\ keV \gg E_{pot} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 d} = 0.01\ eV$ ($d = n^{-\frac{1}{3}}$) : un gaz parfait dont l'énergie est totalement cinétique.

2. Ecrantage de Debye

$$\vec{E}(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\frac{\overrightarrow{OM}}{OM^3}$$

$\phi(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}e^{-\frac{r}{\lambda_D}}$ avec $r = OM$ et $\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T}{\sum_n n_j^0 q_j^2}}$ ($\approx 7.10^{-5}m$)

3. Collisions coulombiennes

La relaxation de la particule est dû à plusieurs collisions

Temps de relaxation de l'énergie : $\tau_E^{1\to 2} = \frac{\sqrt{3(m_1+m_2)k_BT}^3}{8\pi n_2 \alpha^2 \sqrt{m_1 m_2} ln\langle\Lambda\rangle}$ avec $\langle\Lambda\rangle = \frac{3\lambda_D k_B T}{\alpha}$

Thermalisation : des électrons $10^{-3}s$, des ions $6 \times 10^{-2}s$, électron-ion $1{,}5s$

4. Conductivité électrique

Conductivité électrique : $\gamma_e = \frac{2\epsilon_0 (6k_BT)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{m_e} e^2 ln\langle\Lambda\rangle} \approx 1{,}6 \times 10^9 S.m^{-1}$ (10-100 fois la conductivité métallique)

5. Magnétohydrodynamique

$grad(p) = \vec{j} \wedge \vec{B}, div(\vec{B}) = 0, rot(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}$

6. Confinement magnétique

Principe de la dérive : $\vec{v}(t) = \overrightarrow{v_\Omega}(t) + \overrightarrow{v_D}(t)$ avec $\overrightarrow{v_D} = \frac{\vec{F} \wedge \vec{B}}{qB^2}$

Ajouter un champ poloïdal (à travers un courant circulant dans le plasma) pour assurer le confinement

7. Onde électromagnétique et plasma

$\vec{j} = n_0 q \vec{v}(t)$ et $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

Relation de dispersion : $k^2c^2 = \omega^2 - \left(\omega_p^{(e)}\right)^2 \to$ pas de propagation pour $\omega < \omega_p^{(e)}$

BE :

- Miroir magnétique

Moment dipolaire magnétique : $\mu = \frac{mv_\perp^2}{2B}$

Conservation de l'énergie : $E_{kin} = \frac{1}{2}mv_\parallel^2 + \mu B = cst = E_{kin}(t=0)$

Condition de rebond : $\frac{1}{2}mv_\parallel^2(t=0) + \mu B_{min} \leq \mu B_{max} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_\parallel^2(t=0) \leq \mu(B_{max} - B_{min})$

Ce qui donne finalement : $v_\perp(t=0) \geq \left(\frac{B_{max}}{B_{min}} - 1\right)^{-\frac{1}{2}} \left|v_\parallel(t=0)\right|$

- Confinement au sein d'un Tokamak

Vitesse quadratique moyenne : $\langle E_{kin}\rangle = \frac{1}{2}m\langle v^2\rangle = \frac{3}{2}k_BT \Rightarrow \sqrt{\langle v^2\rangle} = \sqrt{\frac{3k_BT}{mc^2}}c = \cdots$