

Traitement acoustique à base de résonateurs de Helmholtz intégrés

Thème : Milieux : interactions, interfaces, homogénéité, ruptures

Élaboré par Bouzaien Mokhles, MP.

Encadré par Mme Hajlaoui Chahira.

L'état de l'art

Le confort acoustique présente un grand enjeu et les traitements actuels restent peu performants en basses fréquences. En effet, dans le cas des matériaux classiques l'isolation nécessite une épaisseur élevée donc une masse supplémentaire (conformément à la loi de masse $R = 20 \log \left(\frac{\omega M}{2\rho c_0} \right)$).

Cela peut ne pas être pratique surtout dans le cas des moyens de transport par exemple.

Ce travail a pour but de créer un traitement acoustique basé sur les résonateurs de Helmholtz intégrés dans un matériau poreux pour améliorer sa performance en basse fréquence tout en conservant ses caractéristiques face à des ondes sonores de hautes fréquences.

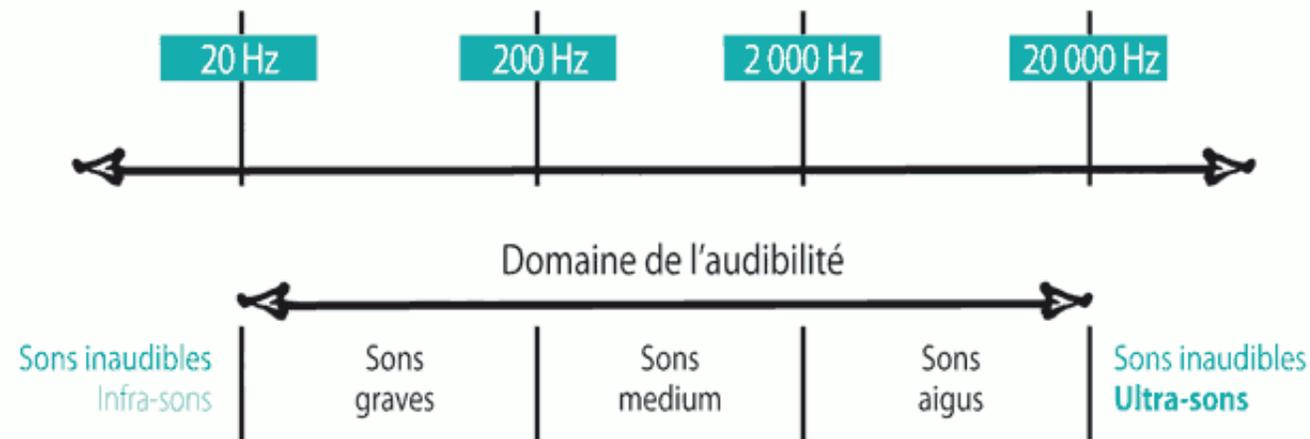
Le plan du travail et les différentes problématiques.

- A. Introduction
- B. Autour de la géométrie du résonateur de Helmholtz. **De quels paramètres dépendent les caractéristiques du résonateur?**
- C. Le résonateur de Helmholtz: un outil efficace d'isolation. **La perte en transmission, est-elle améliorée au voisinage de la fréquence caractéristique du résonateur?**
- D. Proposition d'un traitement acoustique. **Peut-on améliorer les performances d'un matériau poreux tout en conservant une masse réduite?**
- E. Conclusions

A. Bruit et vibrations basses fréquences

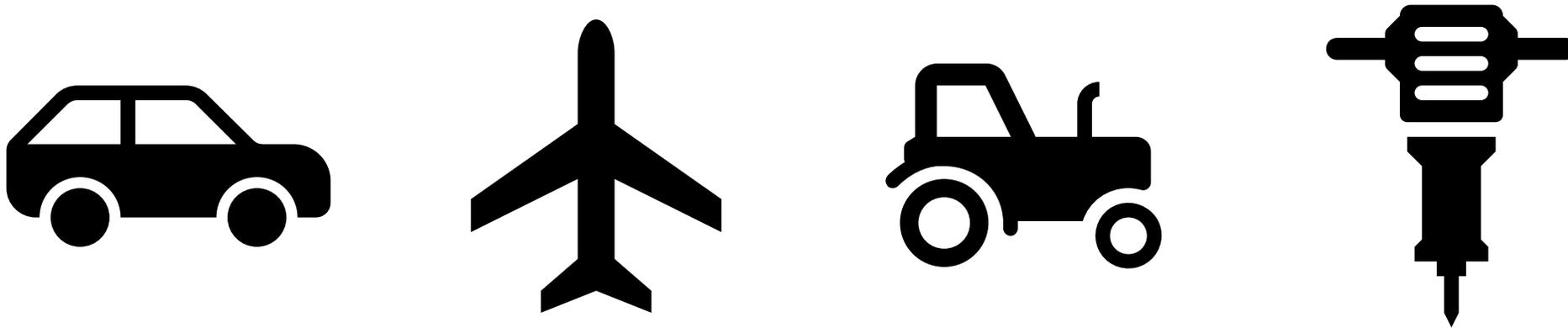
La plage de fréquences du son audible s'étend de **20 Hz** à **20 kHz**.

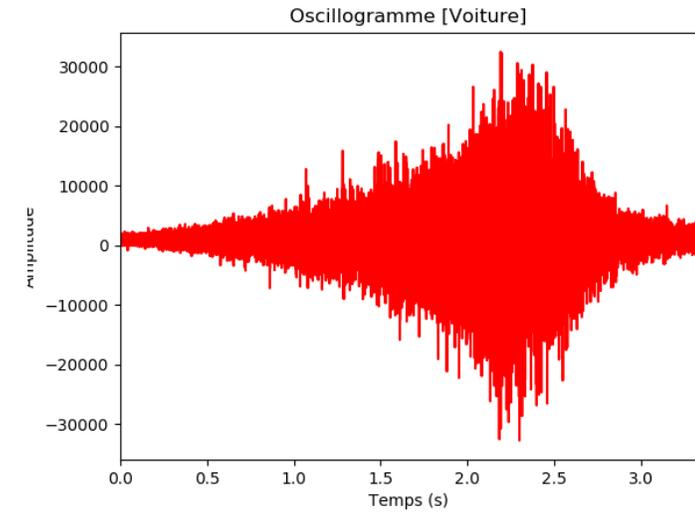
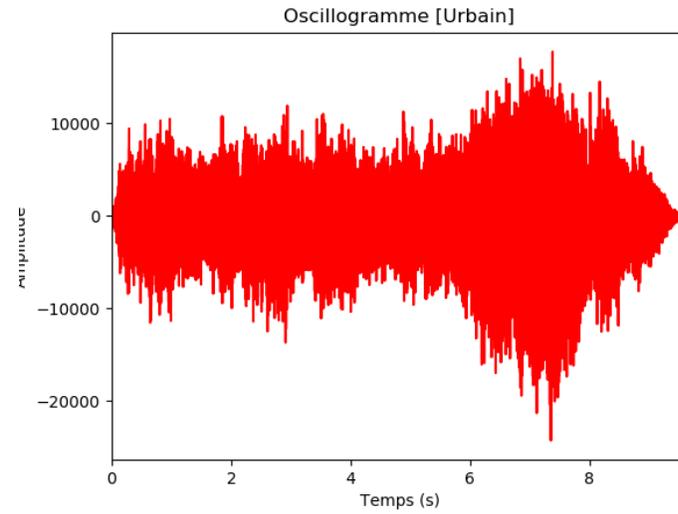
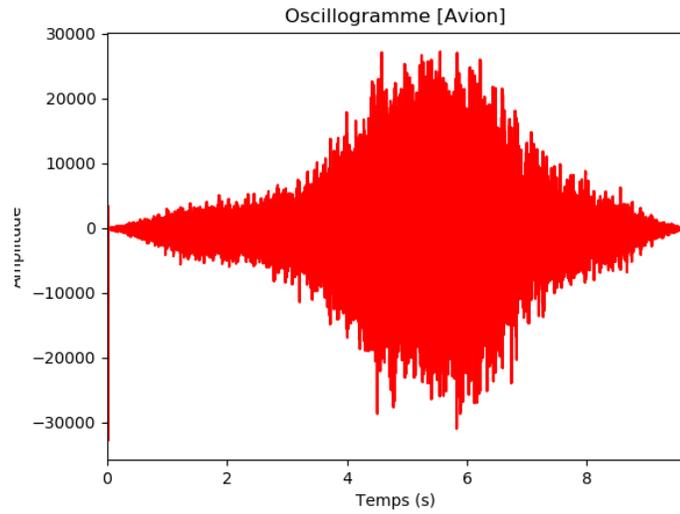
Actuellement, la concentration est sur la borne inférieure du spectre, ce qu'on appelle le bruit à **basse fréquence** où elle peut varier jusqu'à ~ 250 Hz.



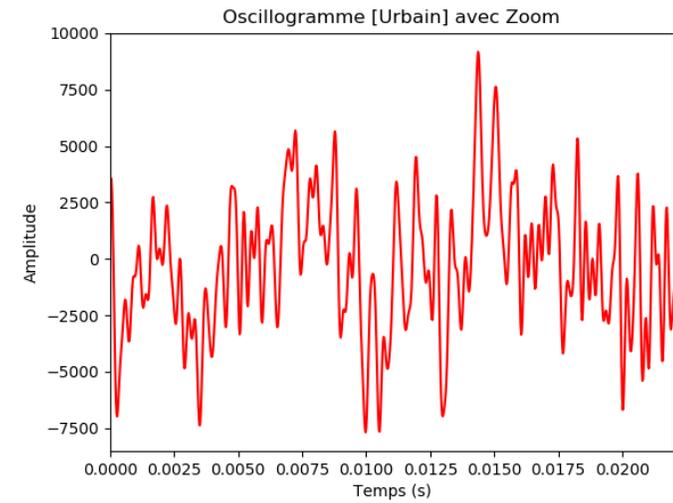
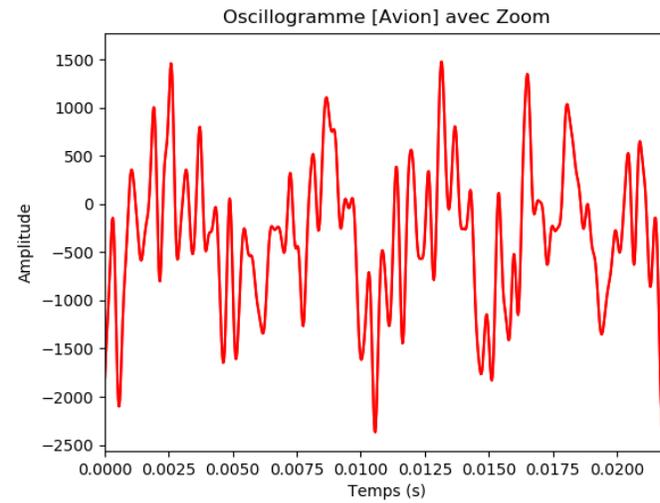
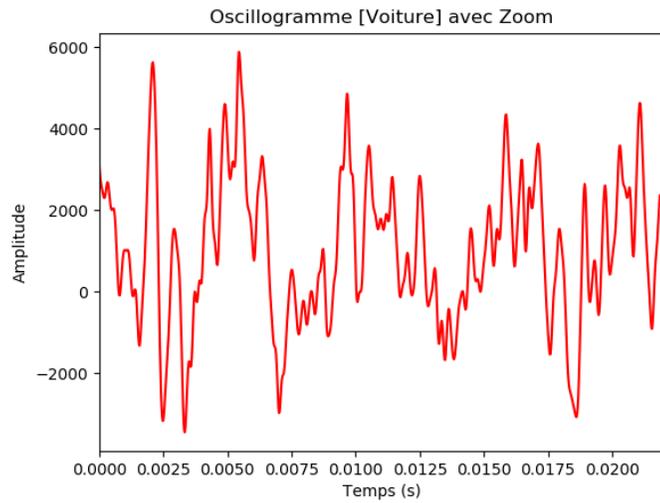
Les bruits de cette bande de fréquences sont caractérisés par leur **efficacité de propagation** car ils sont moins atténués par les murs et les structures, et ils peuvent traverser des longues distances avec une faible perte d'énergie.

L'exposition à un tel bruit est commune et fréquente car il constitue le fond des environnements urbains. Il est émis par des différentes sources artificielles: véhicules, avions, machines industrielles, éoliennes, unités de ventilation et climatisation, etc.

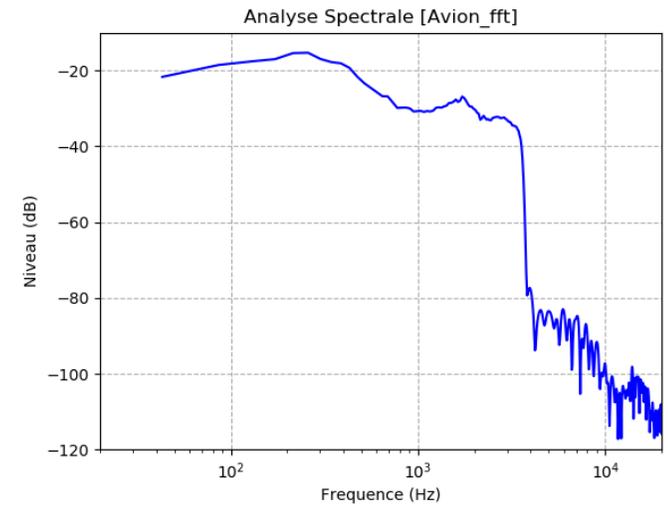
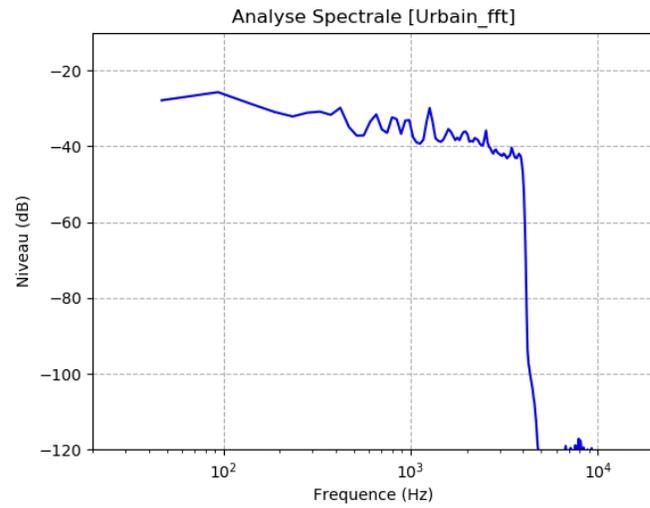
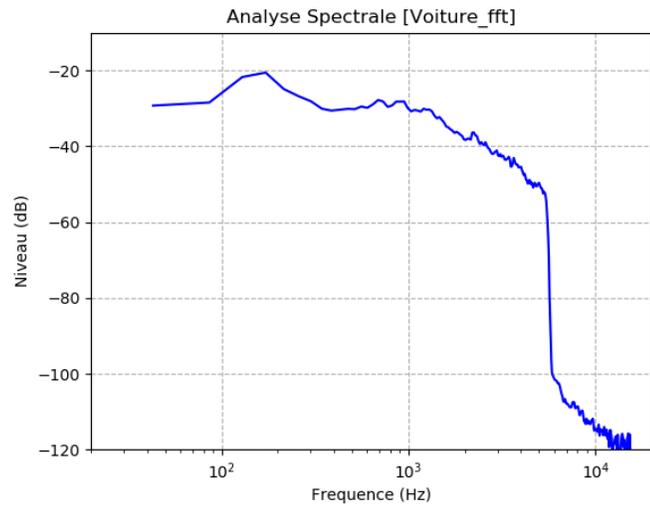




Visualisation du son ..



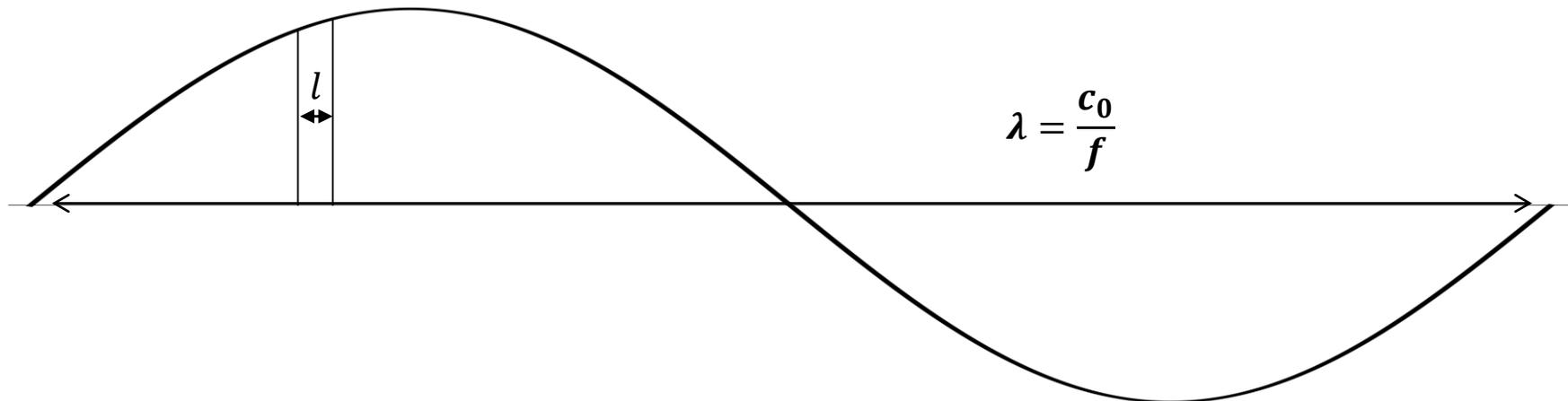
Un peu plus proche ..



Une analyse spectrale

Les hypothèses et les conditions expérimentales

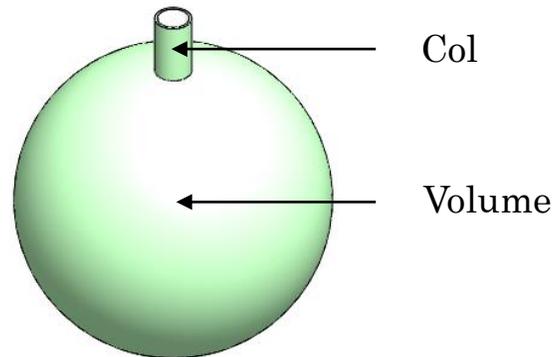
- La taille du dispositif est petite devant la longueur d'onde en question. On a donc $\sqrt{S} \ll \sqrt[3]{V} \ll \lambda$ et $l \ll \lambda$.
- Toute excitation est sous la forme d'une onde plane sous incidence normale.
- La célérité du son est $c_0 = 343 \text{ m. s}^{-1}$.
- La température est de l'ordre de $T = 20^\circ\text{C}$.
- La masse volumique de l'air est de l'ordre de $\rho_0 = 1.202 \text{ Kg. m}^{-3}$.



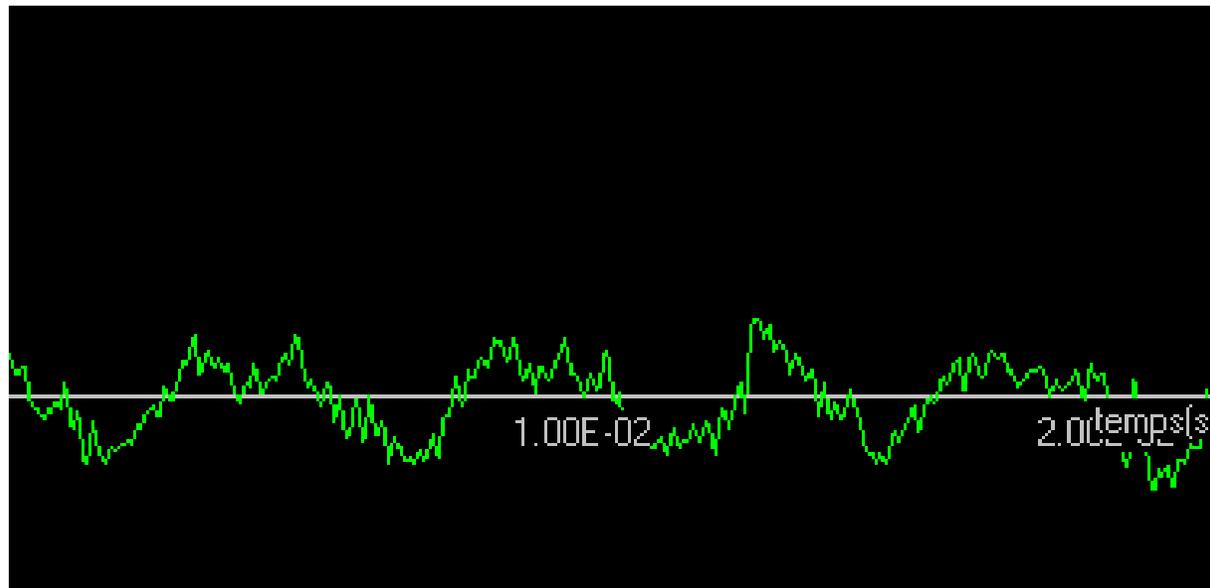
B. À la découverte du résonateur de Helmholtz

Le résonateur de Helmholtz est un système constitué d'une enceinte de volume V reliée au milieu extérieur par un tube relativement étroit et court appelé col de longueur l et de section S . Ce dispositif peut jouer, selon la nature du champ, la fréquence d'excitation, etc., différents rôles: amplification, diffusion, dissipation et réverbération.

Tous les effets sont optimums autour d'une fréquence caractéristique du résonateur dite la fréquence de résonance, qui est le centre d'étude de la première partie.



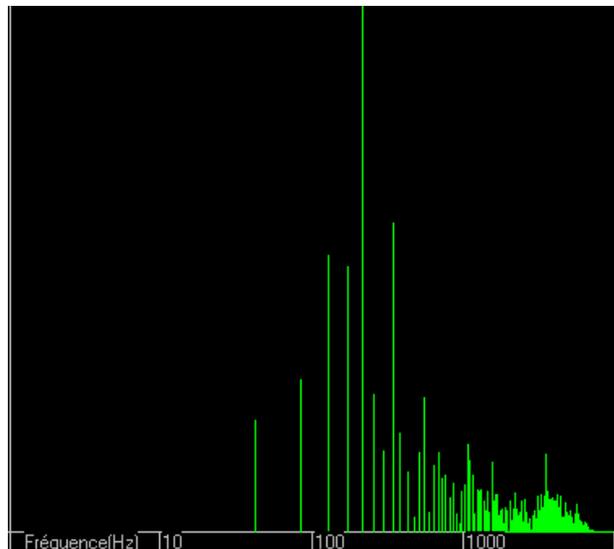
Modélisation d'un résonateur de Helmholtz



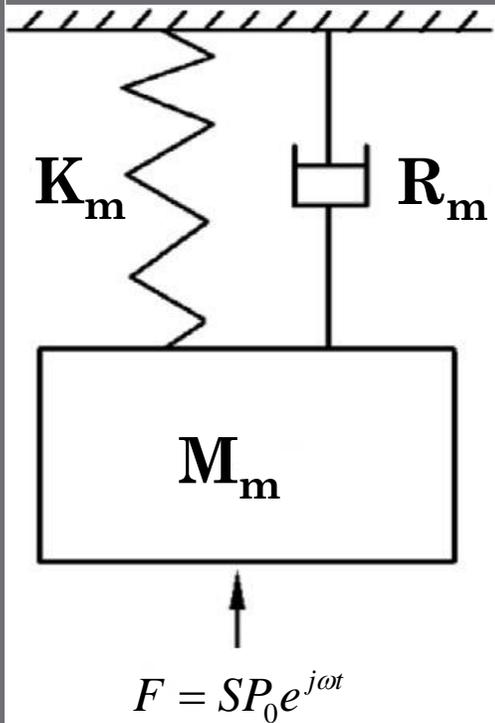
Afin de mettre en évidence la fréquence caractéristique d'un résonateur, représenté par une boule de Noël, on excite le col de proche et on enregistre la réponse.

Le logiciel Acquisonic m'a permis de visualiser l'enregistrement et de l'analyser.

Le spectre de la réponse admet une amplitude **maximale** à la fréquence **215.3 Hz**.



Résonateur mécanique Système masse-ressort



$$x(t)$$

$$v(t) = x'(t)$$

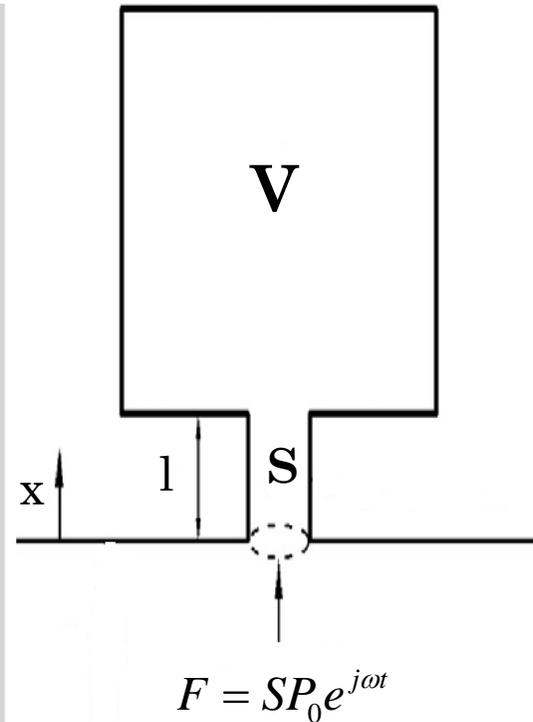
$$M_m$$

$$K_m$$

$$R_m$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_m}{M_m}}$$

Résonateur acoustique Résonateur de Helmholtz



$$U(t)$$

$$U'(t)$$

$$M_a$$

$$K_a$$

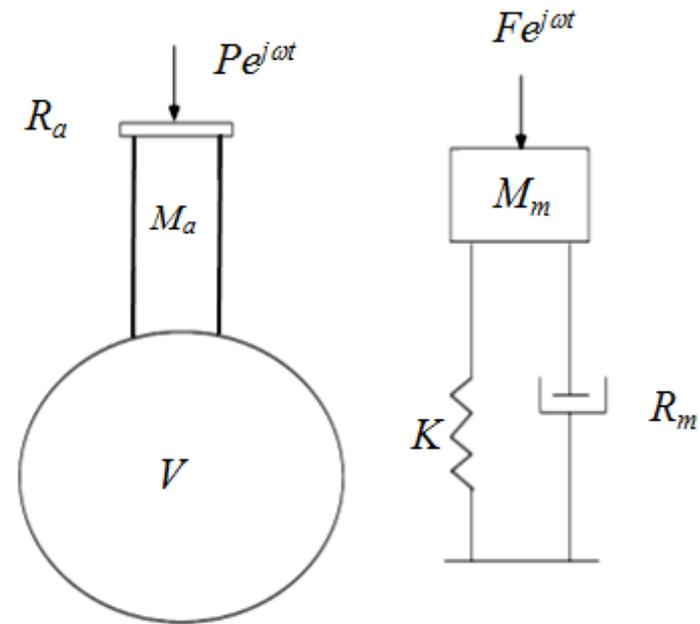
$$R_a$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_a}{M_a}}$$

Une analogie pour rapprocher les idées

Etude analytique et mise en équation

Une approche classique, en se basant sur l'analogie précédente, permet de considérer que la masse $M_m = \rho_0 S l$ de l'air contenu dans le col est soumise à une oscillation harmonique suite à une excitation d'une force de pression sonore $F = S P_0 e^{j\omega t}$. Dans ce cas, la cavité est vue comme un ressort de raideur $K_m = \frac{\rho_0 c_0^2 S^2}{V}$. Le coefficient R_m d'amortissement est dû au frottements visqueux de l'air avec les parois du col.



En appliquant la deuxième loi de Newton pour le système $\{M_m\}$ on aura l'équation différentielle suivante qui traduit le mouvement de la masse d'air dans le col:

$$M_m \frac{d^2x}{dt^2} + R_m \frac{dx}{dt} + K_m x = SP_0 e^{j\omega t}$$

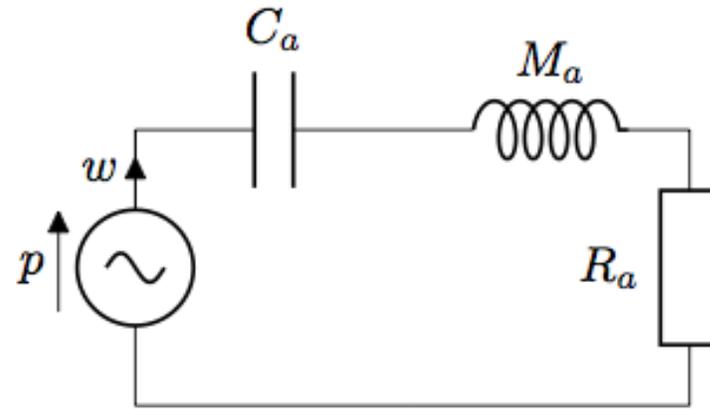
Où x représente le déplacement de la masse M_m , $v = \frac{dx}{dt}$ sa vitesse.

Pour adapter cette équation à une étude acoustique, on doit faire apparaître le débit $U = vS$ comme suit:

$$M_a \frac{dU}{dt} + R_a U + C_a \int U = P_0 e^{j\omega t}$$

Avec $M_a = \frac{M_m}{S^2}$, $R_a = \frac{R_m}{S^2}$ et $C_a = \frac{S^2}{K_m}$, qui représentent respectivement la masse, la résistance et la capacité sonore.

Une analogie électrique peut aussi être adaptée et dans ce cas le circuit ci-contre serait l'analogie au résonateur en conservant les mêmes notations.



$$M_a \frac{di}{dt} + R_a i + C_a \int i = V_0 e^{j\omega t}$$

Donc on tire finalement les caractéristiques du système:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{M_a C_a}} = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{lV}}$$

$$Q = \frac{1}{R_a} \sqrt{\frac{M_a}{C_a}} = \frac{\rho_0 c_0}{R_a} \sqrt{\frac{l}{SV}}$$

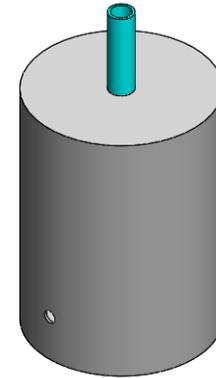
$$Z_a = \frac{P}{U} = R_a + j \left(\omega M_a - \frac{1}{\omega C_a} \right) = R_a + j \left(\omega \rho_0 l - \frac{\rho_0 c_0^2}{\omega V} \right) = R_a + j \frac{\rho_0 l}{S\omega} (\omega^2 - \omega_0^2)$$

→ Une fréquence caractéristique qui ne dépend que de la géométrie du résonateur.

→ Un facteur de qualité qui présente un coefficient dissipatif de l'énergie sonore.

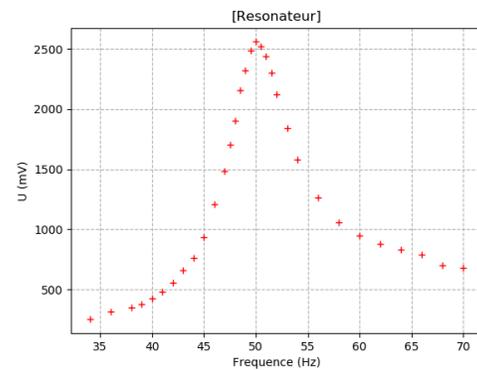
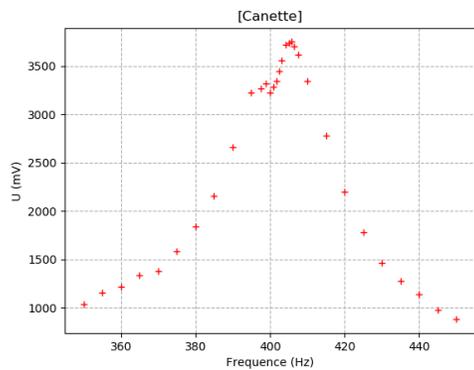
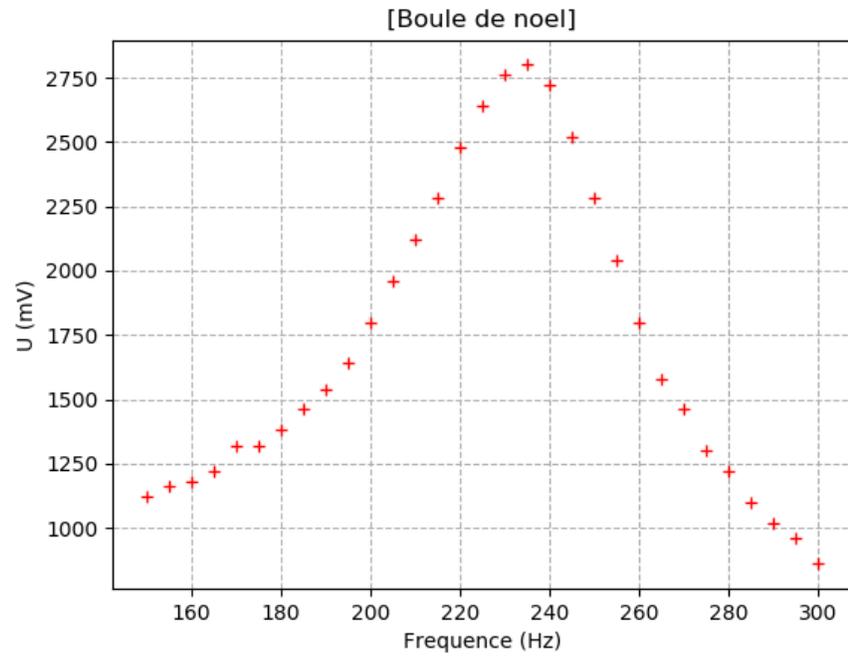
Vers une étude expérimentale des caractéristiques

On dispose dans le laboratoire d'un résonateur de Helmholtz dont les propriétés géométriques sont inscrites dans le tableau suivant. Plusieurs cols de même section S et de longueurs l différentes sont à notre disposition.

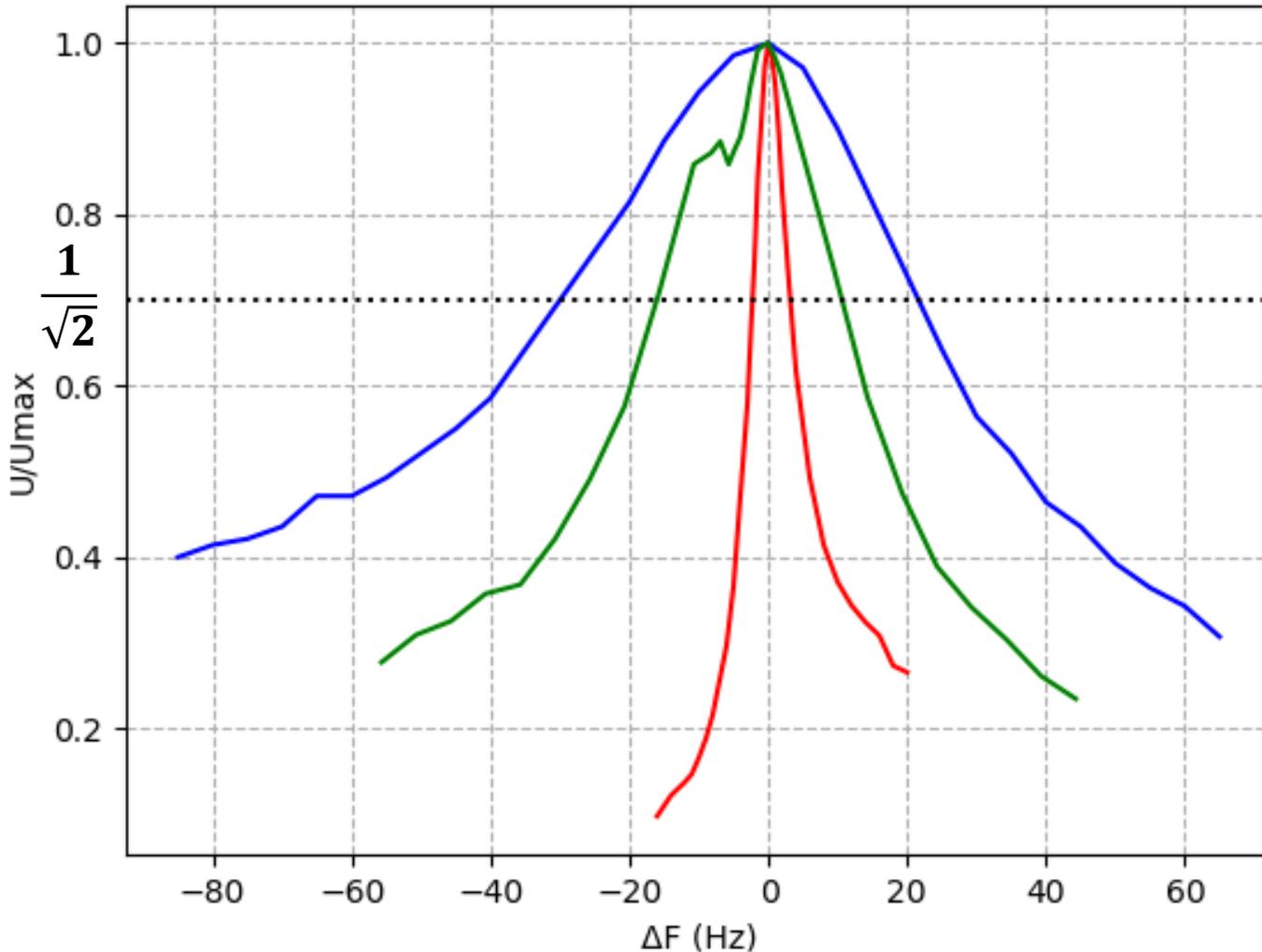


Diamètre D de la cavité	Hauteur H de la cavité	Volume V de la cavité	Rayon R du col	Section S du col
13.50 ± 0.05 cm	15.60 ± 0.05 cm	2233 cm ³	0.75 cm	1.767 cm ²

Mise en évidence expérimentale de la fréquence de résonance



Evolution relative des résonances



$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}$$

- Boule de Noël
- $Q = 4.5$
- Résonateur
- $Q = 9.2$
- Canette
- $Q = 15$

Le facteur de qualité Q

Autour de la longueur l du col

$$f_0 = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{Vl}} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi V}{c_0^2 S} \cdot l$$

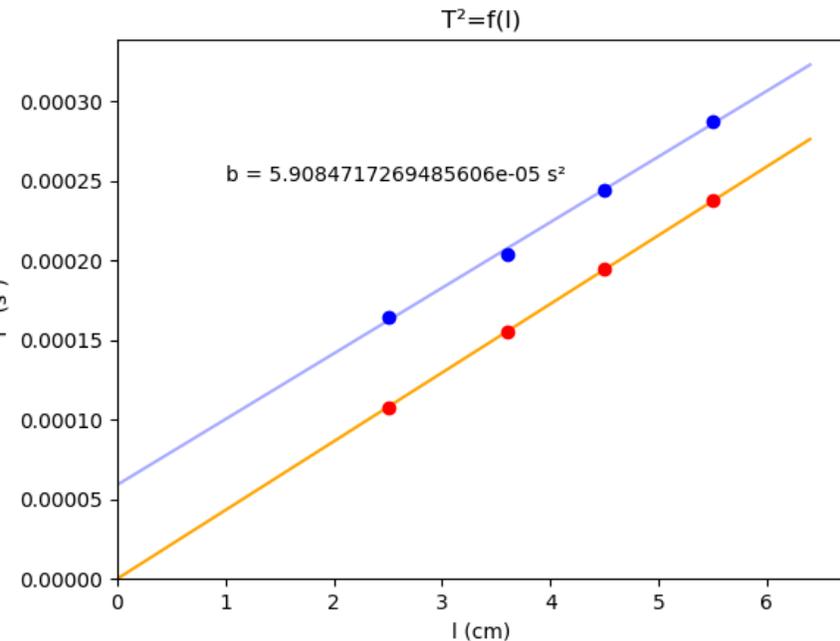
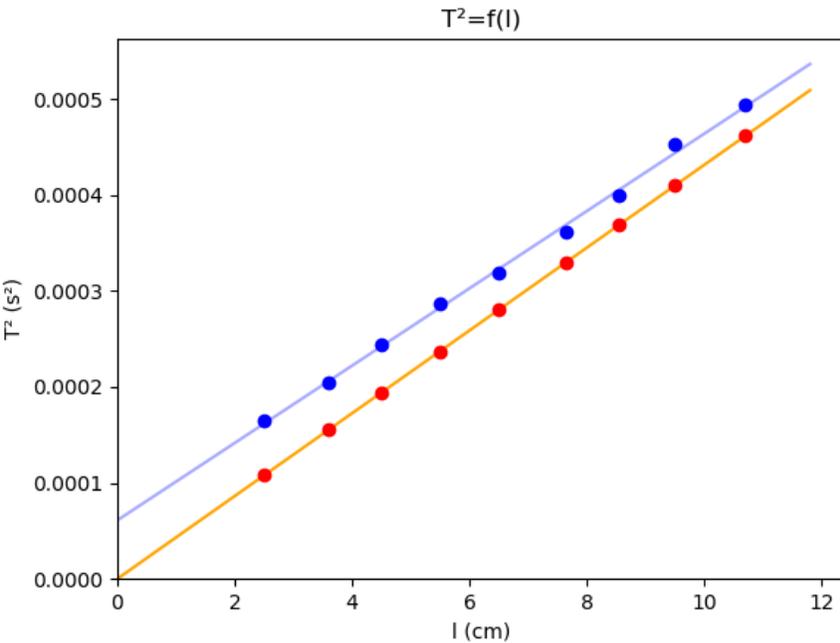
La fonction $T^2 = f(l)$ est une droite linéaire de pente $a = \frac{4\pi V}{c_0^2 S}$.

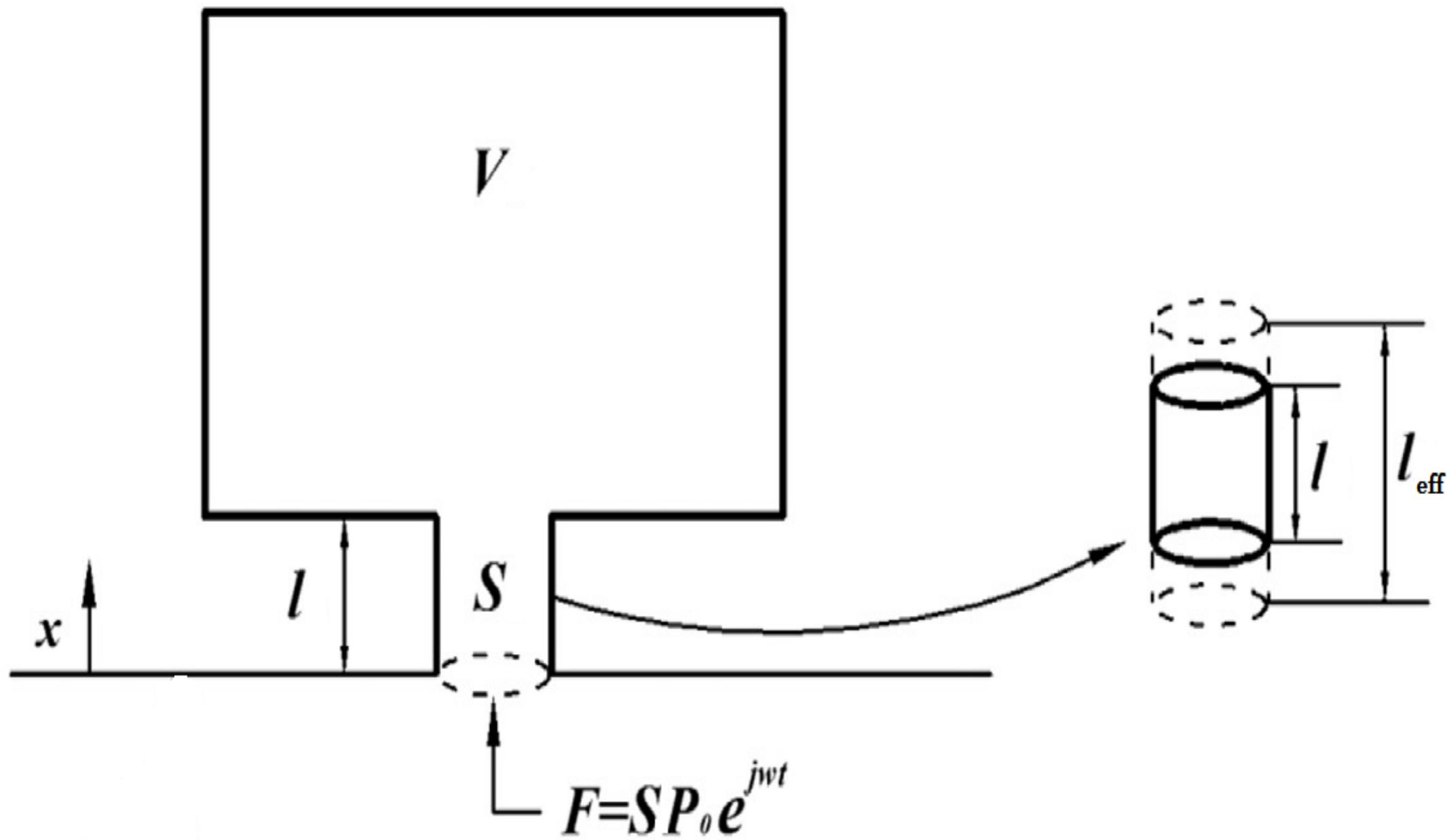
Expérimentalement, $T^2 = a \cdot l + b$ avec $b = 5.9 \cdot 10^{-5} s^2$.

Ce désaccord provient du fait qu'on a considéré que la masse de l'air oscillant en bloc dans le col avait exactement la longueur géométrique du col.

Finalement, $T^2 = \frac{4\pi V}{c_0^2 S} \cdot (l + l_0) = \frac{4\pi V}{c_0^2 S} \cdot l_{eff} \Leftrightarrow f = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{Vl_{eff}}}$.

Plusieurs approximations ont été proposées concernant la correction l_0 . Celle proposée par Ingard (1953) $l_0 \approx \frac{16R}{3\pi} = 0.85(2R)$ peut être adaptée dans notre étude.





Conclusions

- La fréquence caractéristique du résonateur dépend exclusivement de la géométrie du dispositif (V , S et l) en prenant en considération la correction l_0 au niveau du col.
- Le facteur de qualité Q est lié à la géométrie via le rapport $\frac{l}{SV}$, ainsi qu'au matériau utilisé à travers le coefficient R_a .

⇒ A ce niveau d'étude, on peut déjà construire notre propre résonateur avec les caractéristiques acoustiques voulues et ciblées.

C. Evaluation de la capacité d'atténuation à travers deux paramètres

La perte de transmission (Transmission Loss) est le rapport entre l'énergie sonore de la source et l'énergie qui traverse effectivement le dispositif.

$$TL = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{\tau} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{W_i}{W_t} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{2} \left| 2 + \frac{\rho_0 c_0}{S_t} \cdot \frac{1}{Z_r(\omega)} \right| \right)$$

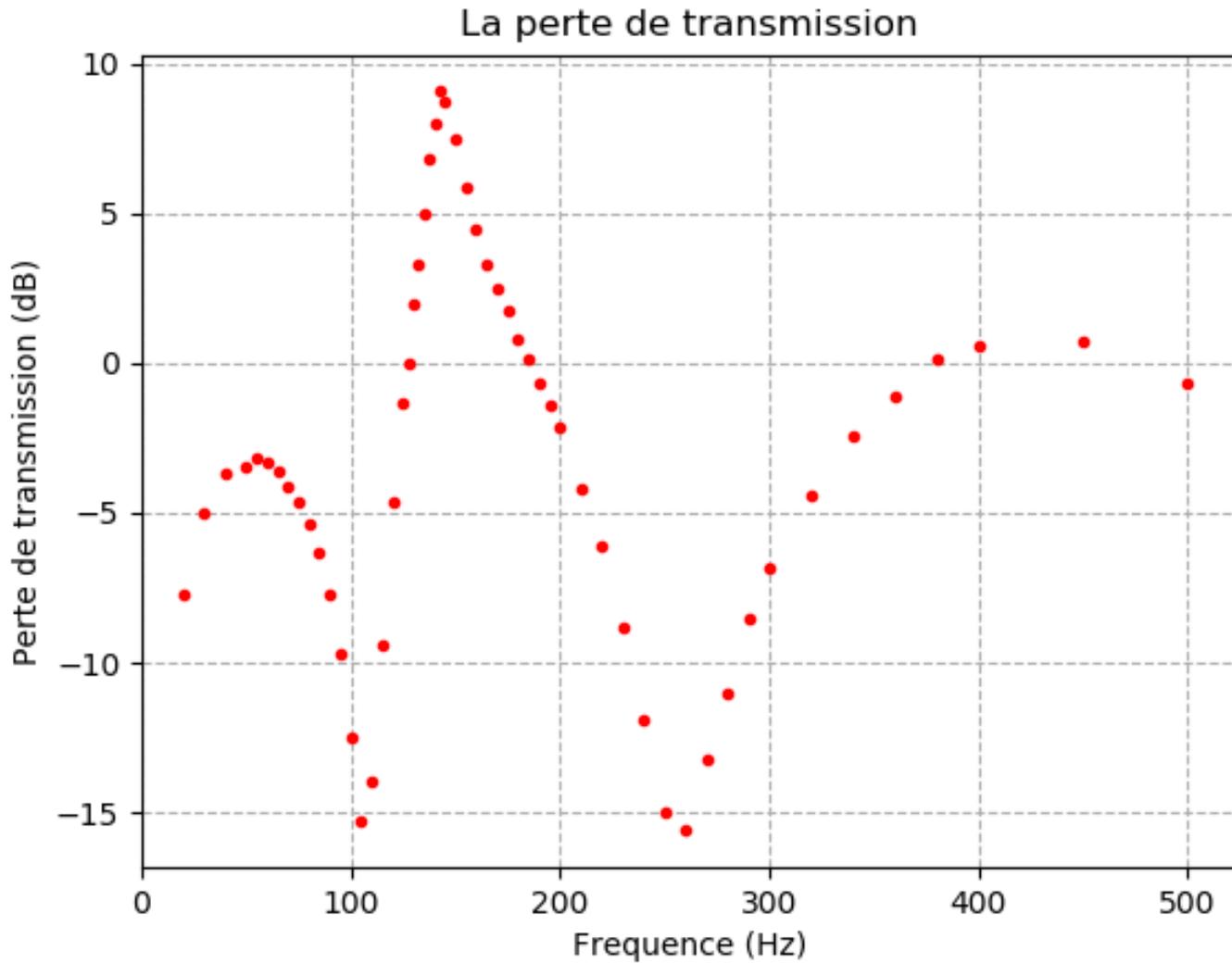
Ce paramètre est utilisé pour l'évaluation de la capacité d'atténuation pour chaque valeur de fréquences mais ne peut pas donner un caractère quantitatif pour toute la plage des bruits. On introduit alors un indice de transmission du son, qui est une valeur unique, défini comme suit:

$$C_{TL} = \int TL df = \frac{1}{2\pi} \int TL d\omega = \frac{1}{2\pi} \int 20 \log_{10} \left(\frac{1}{2} \left| 2 + \frac{\rho_0 c_0}{S_t} \cdot \frac{1}{Z_r(\omega)} \right| \right) d\omega$$

Pour la simplicité des calculs, le terme R_a de la dissipation visqueuse au niveau du col est ignoré.

Les calculs sont poussés dans l'annexe et on aboutit finalement à $C_{TL} = \frac{5}{2 \ln 10} \cdot \frac{c_0 S}{S_t l_{eff}}$





⇒ La perte de transmission du dispositif est nettement améliorée autour de la fréquence $f_0 = 141 \text{ Hz}$, et présente un pic au niveau de cette fréquence.

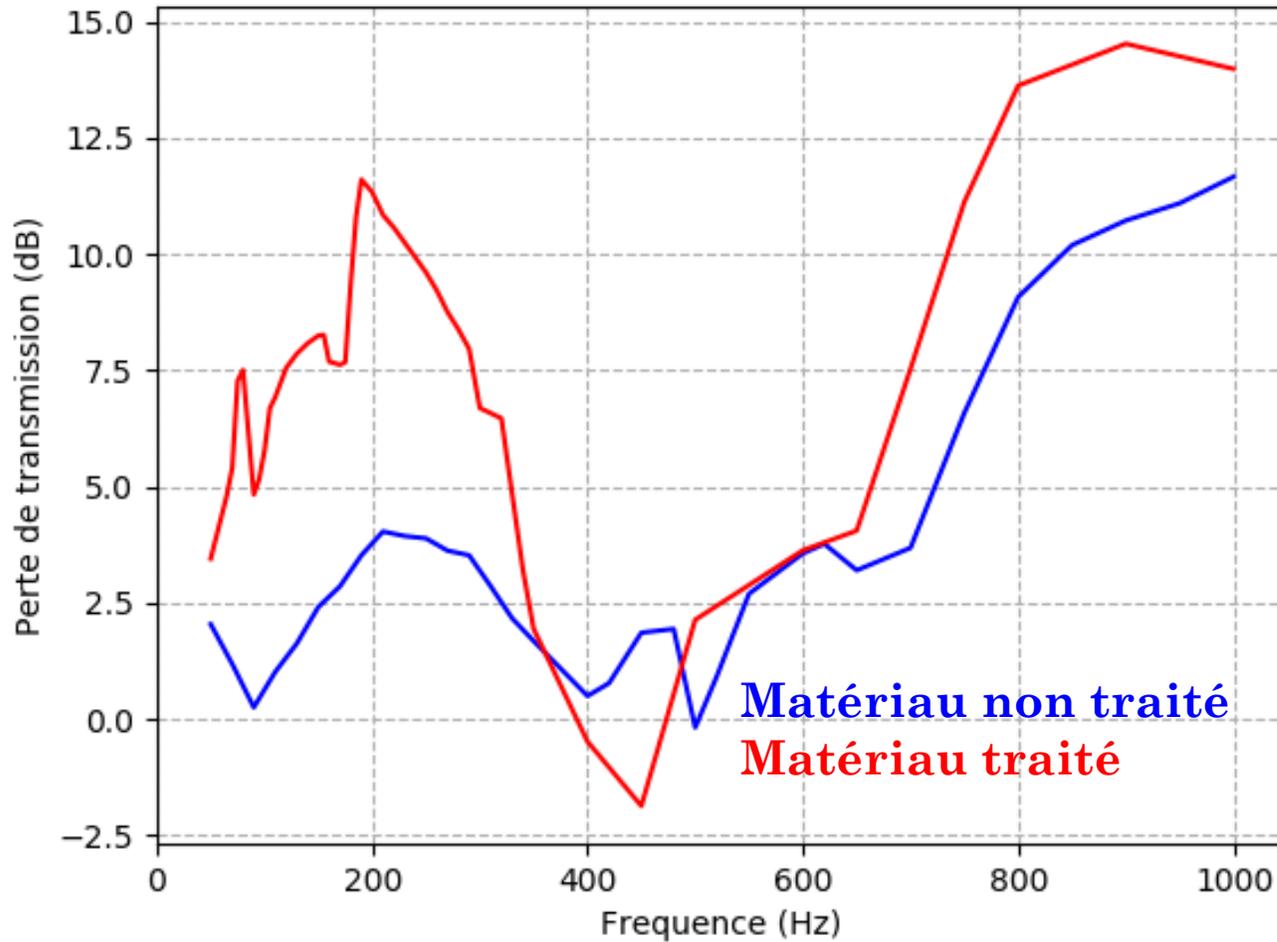


R	1.35 cm
S	5.72 cm ²
l	4.1 cm
l_{eff}	6.39 cm
V	1333 cm ³
S_d	25.51 cm ²
f_0	141 Hz
C_{TL}	1069.4



D. Traitement acoustique d'un matériau poreux

La perte de transmission



R	2.5 mm
S	19.63 mm ²
l	7 mm
l_{eff}	11.24 cm
V	154.6 mm ³
f_0	190 Hz

⇒ Le traitement proposé améliore les performances acoustiques de la mousse à basses fréquences avec la conservation d'une masse réduite.

Conclusions

Un travail a été effectué pour un matériau acoustique composé d'un résonateur de Helmholtz dans un matériau poreux afin de maximiser la perte de transmission du système.

Le premier objectif était de vérifier le lien entre les caractéristiques du résonateur et sa géométrie.

Ensuite, la mise en évidence du pouvoir d'atténuation sonore d'un tel dispositif, et le développement par suite d'un traitement acoustique.

La performance du traitement acoustique a été étudiée expérimentalement en tube d'impédance.

Finalement, ce travail d'initiative m'a permis d'améliorer les performances acoustiques en basses fréquences tout en gardant un système performant en hautes fréquences avec un matériau ajoutant peu de masse.

Une étude approfondie est nécessaire pour améliorer le système face à des différents types d'excitations (incidence oblique, champs proche, etc.).

Annexes

```

def son(fichier, xmin, xmax, clr):
    fs, x = wav.read(fichier)
    t = np.arange(len(x))/(float(fs))
    plt.plot(t, x, color = clr)
    plt.xlabel('Temps (s)')
    plt.ylabel('Amplitude')
    plt.xlim(xmin, xmax)
    plt.title('Oscillogramme ['+fichier[0:-4]+'']')
    plt.savefig(fichier[0:-4])
    plt.show()

```

```

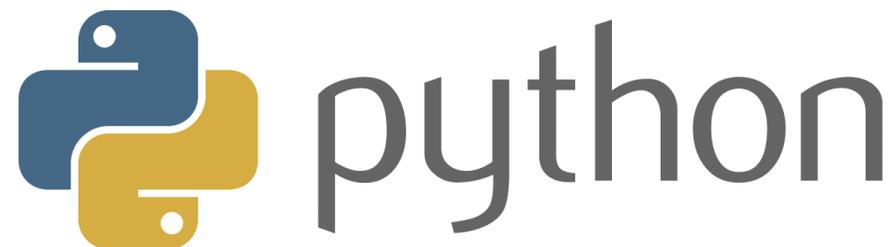
def sonzoom(fichier, xmin, xmax, clr):
    fs, x = wav.read(fichier)
    y = x[40000:41000]
    t = np.arange(len(y))/(float(fs))
    plt.plot(t, y, color = clr)
    plt.xlabel('Temps (s)')
    plt.ylabel('Amplitude')
    plt.xlim(xmin, xmax)
    plt.title('Oscillogramme ['+fichier[0:-4]+'']+' avec Zoom')
    plt.savefig(fichier[0:-4]+'_zoom')
    plt.show()

```

```

def fft(fichier, clr):
    file = open(fichier, 'r', encoding='utf8')
    X = []
    Y = []
    for line in file:
        X.append(float(line.split()[0]))
        Y.append(float(line.split()[1]))
    plt.semilogx(X, Y, color = clr)
    plt.axis([20, 20000, -120, -10])
    plt.xlabel('Frequence (Hz)')
    plt.ylabel('Niveau (dB)')
    plt.grid(True, which='major', axis='both',
linestyle='--')
    plt.title('Analyse Spectrale ['+fichier[0:-4]+'']')
    plt.savefig(fichier[0:-4])
    plt.show()

```



```

def AB(X, Y):
    n = len(X)
    sumx, sumy, sumx2, sumxy = (0, 0, 0, 0)
    for k in range(n):
        sumx += X[k]
        sumy += Y[k]
        sumx2 += X[k]**2
        sumxy += X[k] * Y[k]
    A = np.array([[sumx2, sumx], [sumx, n]])
    B = np.array([sumxy, sumy])
    return(A, B)

```

```

def ab(X, Y):
    A_inv = np.linalg.inv(AB(X, Y)[0])
    x = np.dot(AB(X, Y)[1], A_inv)
    return(list(x))

```

```

Lt = open('Lt.txt', 'r', encoding='utf8')
XLt = []
YLt = []
for line in Lt:
    XLt.append(float(line.split()[0]))
    YLt.append(float(line.split()[1]))

```

```

Lp = open('Lp.txt', 'r', encoding='utf8')
XLp = []
YLp = []
for line in Lp:
    XLp.append(float(line.split()[0]))
    YLp.append(float(line.split()[1]))

```

```

t1 = np.arange(0., 12., 0.2)
t2 = np.arange(0., 6.5, 0.2)

```

```

xt = ab(XLt, YLt)
at, bt = xt[0], xt[1]
plt.plot(t1, at*t1+bt, color='orange')

```

```

xp = ab(XLp, YLp)
ap, bp = xp[0], xp[1]
plt.plot(t1, ap*t1+bp, color='#a8aaff')

```

```

plt.plot(XLt, YLt, 'ro', color='red')
plt.plot(XLp, YLp, 'ro', color='blue')
plt.xlim(0) plt.ylim(0)
plt.xlabel('l (cm)')
plt.ylabel('T2 (s2)')
plt.title('T2=f(l)')
plt.savefig('correlation1')
plt.show()

```

```

xt = ab(XLt[:4], YLt[:4])
at, bt = xt[0], xt[1]
plt.plot(t2, at*t2+bt, color='orange')

```

```

xp = ab(XLp[:4], YLp[:4])
ap, bp = xp[0], xp[1]
plt.text(1, 2.5e-4, 'b = '+str(bp)+' s2 ')
plt.plot(t2, ap*t2+bp, color='#a8aaff')

```

```

plt.plot(XLt[:4], YLt[:4], 'ro', color='red')
plt.plot(XLp[:4], YLp[:4], 'ro', color='blue')
plt.xlim(0)
plt.ylim(0)
plt.xlabel('l (cm)')
plt.ylabel('T2 (s2)')
plt.title('T2=f(l)')
plt.savefig('correlation2')
plt.show()

```

$$\bullet \int TLd\omega = \int 10\log_{10}((B\omega^2 - C)^2 + A^2\omega^2)d\omega - \int 10\log_{10}((B\omega^2 - C)^2)d\omega$$

$$\text{Où } A = \frac{\rho_0 c_0}{2S_t}, B = \frac{\rho_0 l_{eff}}{S} \text{ et } C = \frac{\rho c_0^2}{V}$$

$$\bullet \int 10\log_{10}((B\omega^2 - C)^2 + A^2\omega^2)d\omega = \int 10\log_{10}(B^2(\omega^2 + a)(\omega^2 + b))d\omega = \int 10\log_{10}B^2d\omega + \int 10\log_{10}(\omega^2 + a)d\omega + \int 10\log_{10}(\omega^2 + b)d\omega = 20\omega\log_{10}B + 10 \left[\frac{\omega\ln(\omega^2+a)}{\ln 10} - \frac{2[\omega - \sqrt{a}\arctan(\frac{\omega}{\sqrt{a}})]}{\ln 10} \right] + 10 \left[\frac{\omega\ln(\omega^2+b)}{\ln 10} - \frac{2[\omega - \sqrt{b}\arctan(\frac{\omega}{\sqrt{b}})]}{\ln 10} \right]$$

$$\text{Où } a \text{ et } b \text{ doivent satisfaire } a + b = \frac{A^2 - 2BC}{B^2} \text{ et } ab = \frac{C^2}{B^2}.$$

$$\bullet \int 10\log_{10}((B\omega^2 - C)^2)d\omega = \int 10\log_{10}B^2d\omega + \int 10\log_{10}((\omega^2 - c)^2)d\omega = 20\omega\log_{10}B + 10 \left[\frac{\omega\ln(\omega^2-c)^2}{\ln 10} - \frac{4\omega - \sqrt{c} \left(\ln\left(\frac{\omega+\sqrt{c}}{\sqrt{c}}\right)^2 - \ln\left(\frac{\omega-\sqrt{c}}{\sqrt{c}}\right)^2 \right)}{\ln 10} \right]$$

$$\text{Finalement, } \int TLd\omega = \frac{10}{\ln 10} \left[\omega \ln \left(\frac{(\omega^2+a)(\omega^2+b)}{(\omega^2-c)^2} \right) + 2\sqrt{a}\arctan \left(\frac{\omega}{\sqrt{a}} \right) + 2\sqrt{b}\arctan \left(\frac{\omega}{\sqrt{b}} \right) - \sqrt{c} \ln \left(\frac{(\omega+\sqrt{c})^2}{(\omega-\sqrt{c})^2} \right) \right]$$

$$\text{Et } C_{TL} = \int_0^\infty TLdf = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty TLd\omega = \frac{1}{2\pi} \frac{10\pi}{\ln 10} (\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \frac{1}{2\pi} \frac{10\pi}{\ln 10} \frac{A}{B} = \frac{1}{2\pi} \frac{5\pi}{\ln 10} \frac{c_0 S}{S_t l_{eff}} = \frac{5}{2\ln 10} \frac{c_0 S}{S_t l_{eff}}$$